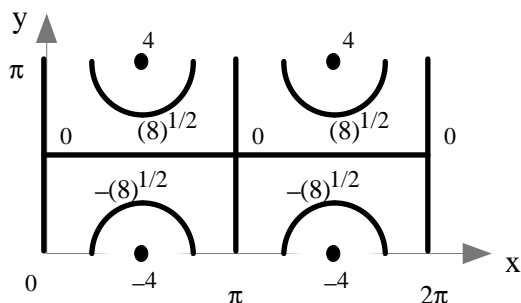


**PRIMER EXAMEN PARCIAL (25 %)**

**NOTA:** Deben justificarse **todas** las respuestas.

**Problema 1 (2 p)**

Se da una gráfica de curvas de nivel de un campo escalar, y las expresiones de tres campos escalares:



- a)  $\Phi(x, y) = -4 \sin x \sin y$
- b)  $\Phi(x, y) = -4 \sin x \cos y$
- c)  $\Phi(x, y) = -4 |\sin x| \cos y$

Considera cada campo y concluye si puede corresponder o no al campo escalar dibujado

**Problema 2 (8 p)**

Dado el campo vectorial:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \mathbf{1}_\rho 2\rho, & \text{si } \rho < 2, 0 \leq \phi < 2\pi, |z| < \infty \\ \mathbf{1}_\phi 2\rho, & \text{si } 2 < \rho < 4, 0 \leq \phi < 2\pi, |z| < \infty \\ \mathbf{0}, & \text{si } \rho > 4, 0 \leq \phi < 2\pi, |z| < \infty \end{cases}$$

- a) (2 p) Elabora un bosquejo del campo en el plano XY.

- b) (2 p) Elabora una hipótesis sobre la naturaleza y ubicación de las fuentes del campo  $\mathbf{F}$ .
- c) (3 p) Calcula  $\nabla \cdot \mathbf{F}$  y  $\nabla \times \mathbf{F}$ , e interpreta los resultados con relación a las fuentes.
- d) (1 p) Demuestra que en el cilindro  $\rho = 4$  hay remolinos del campo, y determina su dirección y sentido.

**Problema 3 (7,5 p)**

Se tiene una densidad de carga  $\rho_V = \rho_0 (r/R - K)$  ocupando el volumen  $r \leq R, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \phi < 2\pi$ , donde  $K$  es una constante.

- a) (2 p) Explica de cuál coordenada depende el campo eléctrico producido por esta carga, y cuáles son sus componentes nulas.
- b) (5 p) Determina en todo el espacio el campo eléctrico producido por esta carga.
- c) (0,5 p) Determina “ $K$ ” para que la magnitud del campo sea nula en la región  $r \geq R$ .

**Problema 4 (7,5 p)**

Se tiene una densidad de corriente  $\mathbf{J} = \mathbf{1}_z J_0 [K - (\rho/R)^2]$  ocupando el volumen  $\rho \leq R, 0 \leq \phi < 2\pi, |z| < \infty$ , donde  $K$  es una constante.

- a) (2 p) Explica de cuál coordenada depende el campo magnético producido por esta corriente, y cuáles son sus componentes nulas.
- b) (5 p) Determina en todo el espacio el campo magnético producido por esta corriente.
- d) (0,5 p) Determina “ $K$ ” para que la magnitud del campo sea nula en la región  $\rho \geq R$ .

**Pregunta opcional (1 p)**

Plantear la existencia de una densidad de corriente estática dada por  $\mathbf{J} = \mathbf{1}_z J_0 [1 - \cos^2 z]$  viola una de las leyes de los campos. Indica cuál y por qué.